

ENERGIE

Obsah

Energie	1
Kinetická energie.....	1
Potenciální energie	2
Konzervativní síla	2
Konzervativnímu silovému poli odpovídá druh potenciální energie	2
Definice potenciální energie.....	2
Záporné znaménko v integrálu a derivacích	3
Jednorozměrný případ	3
Výpočty potenciální energie v silovém poli, známe-li působící sílu	3
Gravitační potenciální energie nízko nad povrchem Země.....	3
Gravitační potenciální energie vysoko nad Zemí (satelit)	4
Elastická potenciální energie tělesa na pružině.....	4
Výpočty sil v silovém poli, známe-li potenciální energii.....	5
Zákon zachování energie.....	5
Zákon zachování mechanické energie.....	5
Příklad	5
Výsledek.....	6

Energie

je schopnost vykonat práci. Abychom mohli vykonat práci, musíme mít **energii**. Je to podobné jako když musíme mít peníze, abychom někoho zaplatili za to, že pro nás pracoval. Celková mechanická energie objektu je součet jeho kinetické a potenciální energie. **Jednotkou energie** v soustavě SI je **joule (J)**

$$1 \text{ J} = 1 \text{ joule} = 1 \text{ kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}.$$

V oblasti atomové fyziky a elektroniky se pro energii používá vedlejší jednotka **elektronvolt (eV)**

$$1 \text{ eV} = 1 \text{ elektronvolt} = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ J}.$$

Kinetická energie

Kinetická energie je energie pohybová. Vyjadřuje skutečnost, že **pohybující se těleso je schopné konat práci** jako důsledek svého pohybu, např. nárazem na okolní objekt.

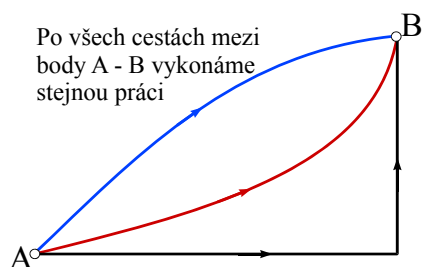
Kinetická energie hmotného bodu, těles zanedbatelných rozměrů nebo těles pohybujících se bez rotace (takový pohyb se nazývá translační nebo posuvný) je definována vztahem

$$E_k = \frac{1}{2} m v^2. \quad (1)$$

Pokud těleso rotuje, je třeba zvážit i rotační formu kinetické energie (více kapitola o pohybech těles). V případě rotujících těles, které zároveň vykonávají i translační pohyb je rychlost v ve vztahu rychlost těžiště tělesa. Tím získáme **translační kinetickou energii tělesa**. Výpočet podle rovnice (1) platí **pouze v klasické fyzice**, kde rychlost těles je nohem menší než rychlost světla.

Potenciální energie

Potenciální energie má svoji podstatu v poloze nebo konfiguraci. Ne každý objekt je však schopen vykonat práci v důsledku své polohy. Aby tomu tak bylo, musí se nacházet v poli konzervativních sil.



obr. 1 Práce vykonaná po různých cestách je v poli konzervativních sil stejná

Konzervativní síla

Konzervativní síla je síla jejíž práce je **nezávislá na cestě**. Tato práce závisí pouze na počátku a konci cesty, tedy na bodech A, B na obr. 1. Jinými slovy, práce vykonaná mezi body A, B je **po všech možných cestách stejná**. Důsledek je ten, že práci můžeme konat z bodu A do bodu B po jedné dráze a zpět do bodu B po jiné dráze, aniž bychom ztratili nebo navýšili energii objektu, na který působí konzervativní

síla. **Práce konzervativní síly po uzavřené dráze je vždy nulová.**

Konzervativnímu silovému poli odpovídá druh potenciální energie

Konzervativní silová pole jsou ta, která na objekty působí pouze konzervativními silami. Jsou to např. gravitační pole, elektrické pole, magnetické pole, aj. V gravitačním poli pak hovoříme o **gravitační potenciální energii**, v elektrickém poli o **elektrické potenciální energie**, v magnetickém poli o **magnetické potenciální energie**. Objekt může mít rovněž **elastickou potenciální energii** jako následek silového působení napjaté pružiny nebo jiné plastické deformace. Pak je potřebným konzervativním silovým polem oblast, ve které na těleso působí síla pružiny.

Definice potenciální energie

Potenciální energie je rovna práci, kterou musíme vykonat abychom přemístili objekt z polohy \vec{r}_0 , kde $E_p = 0$, do polohy \vec{r} , ve které chceme potenciální energii určit.

Poloha \vec{r}_0 **referenčního bodu** je **libovolná**, tj. zvolíme si ji podle potřeby, podobně jako volíme polohu počátku vztažného souřadného systému. Většinou tuto polohu volíme tak, aby výpočty byly co nejsnazší.

Potenciální energii tedy definujeme následujícím integrálem

$$E_p(\vec{r}) = - \int_{\vec{r}_0}^{\vec{r}} \vec{F}(\vec{r}) \cdot d\vec{r}. \quad (2)$$

Je možný i opačný výpočet, sílu působící na objekt zjistíme jako **gradient potenciální energie**,

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\text{grad } E_p, \quad (3)$$

kde

$$-\text{grad } E_p = \left(-\frac{\partial E_p}{\partial x}, -\frac{\partial E_p}{\partial y}, -\frac{\partial E_p}{\partial z}\right). \quad (4)$$

Poslední vztah říká, že síla působícího silového pole míří vždy ve směru největšího spádu potenciální energie a má snahu potenciální energii snížit.

Záporné znaménko v integrálu a derivacích

Síla \vec{F} v definici potenciální energie (2) je **síla působícího silového pole**. Je to např. **gravitační síla**, **síla pružiny**, aj. Potenciální energie E_p se potom rovná práci, kterou musíme vykonat **proti síle silového pole**, chceme-li přemístit objekt z referenčního bodu (kde $E_p=0$) do polohy \vec{r} , ve které potenciální energii definujeme. Síla, kterou musíme působit, abychom objekt v silovém poli přemístili, musí být stejná jako síla působícího pole, ale opačného směru. To je důvod záporného znaménka v integrálu (2) a derivacích (3).

Jednorozměrný případ

Dynamické úlohy se často řeší jednorozměrně (pouze v jediném směru). Integrální vyjádření definice potenciální energie pak přejde na tvar

$$E_p(x) = -\int_{x_0}^x F(x) dx \quad (5)$$

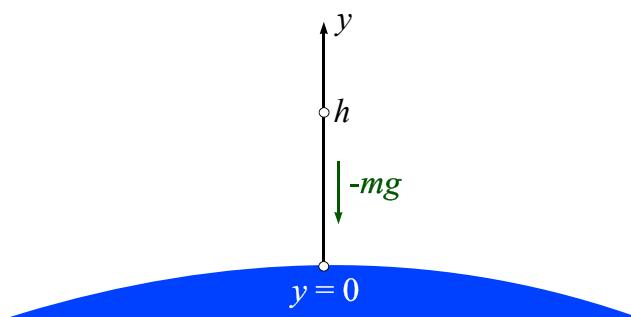
a výpočet síly silového pole se pro jednorozměrný případ zjednoduší na tvar

$$F(x) = -\frac{dE_p}{dx}. \quad (6)$$

Výpočty potenciální energie v silovém poli, známe-li působící sílu

Často známe sílu silového pole a potřebujeme určit potenciální energii. Jestliže je tato síla známa a je konzervativní, potom získáme potenciální energii integrací, jak naznačují rovnice (2) a (5). Uvedeme několik konkrétních příkladů.

Gravitační potenciální energie nízko nad povrchem Země

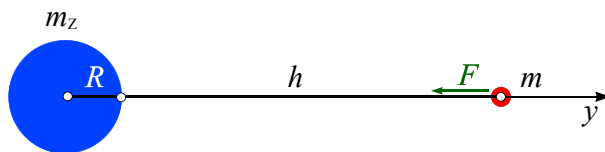


obr. 2 K odvození potenciální energie nad povrchem Země

Předpokládejme, že známe gravitační sílu nízko nad povrchem Země $F = -mg$ (nízko se rozumí $h \ll R$, kde R poloměr Země). Záporné znaménko je uvedeno proto, že síla působí svisle dolů, tedy proti směru souřadné osy y . Dále si zvolíme nulovou potenciální energii $E_p = 0$ na povrchu Země, kde $y=0$. Potom potenciální energii získáme integrací síly $F = -mg$

$$E_p(h) = -\int_0^h F(y) dy = -\int_0^h -mg dy = mg \int_0^h dy = mgh. \quad (7)$$

Gravitační potenciální energie vysoko nad Zemí (satelit)



obr. 3 K odvození potenciální energie satelitu

Ve druhém příkladě předpokládejme, že těleso, jehož potenciální energii chceme určit, se nachází vysoko nad Zemí, například v kosmu. Gravitační sílu nyní nemůžeme psát s konstantním gravitačním zrychlením g , proto ji napíšeme ve tvaru Newtonova gravitačního zákona,

kteřý platí pro libovolné vzdálenosti těles,

$$F = -\kappa \frac{m_z m}{(R+h)^2}. \quad (8)$$

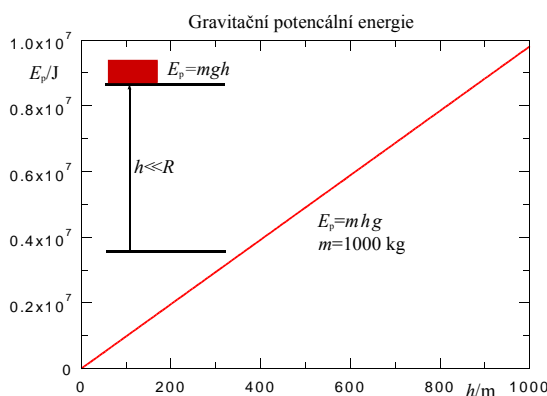
Záporné znaménko je uvedeno opět proto, že síla působí směrem k Zemi, tedy proti směru souřadné osy y . V tomto příkladě bude jednodušší, když si zvolíme $E_p = 0$ nekonečně daleko od Země, kde $y \rightarrow \infty$. Potom může být gravitační potenciální energie získána integrací

$$\begin{aligned} E_p(y) &= -\int_0^h F(y) dy = -\int_0^h -\kappa \frac{m_z m}{(R+y)^2} dy = \\ &= \kappa m_z m \int_0^h \frac{1}{(R+y)^2} dy = -\kappa \frac{m_z m}{R+h}. \end{aligned} \quad (9)$$

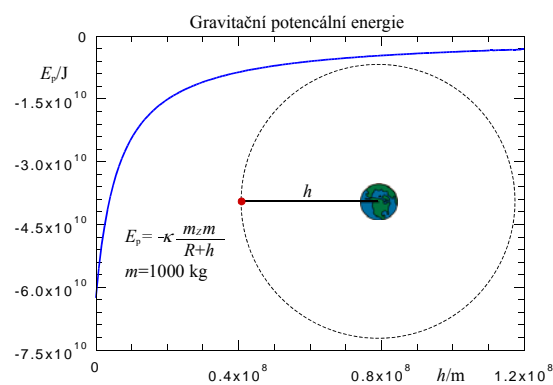
Elastická potenciální energie tělesa na pružině

V třetím příkladu předpokládejme, že je známa síla, kterou působí pružina na těleso. Tato direktivní síla má tvar $F(x) = -kx$ a je konzervativní. Elastickou potenciální energii opět získáme integrací

$$E_p(x) = -\int_0^x F(x) dx = -\int_0^x -kx dx = k \int_0^x x dx = \frac{1}{2} kx^2. \quad (10)$$



obr. 5 Gravitační potenciální energie v blízkosti povrchu Země



obr. 5 Gravitační potenciální energie vysoko nad Zemí (satelit)

Výpočty sil v silovém poli, známe-li potenciální energii

Pokud známe funkci potenciální energie, lze určit sílu působícího silového pole. Například, pokud víme, že potenciální energie tělesa na pružině je

$$E_p(x) = \frac{1}{2} kx^2, \quad (11)$$

působící sílu vypočteme jako

$$F(x) = -\frac{dE_p}{dx} = -\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot kx = -kx. \quad (12)$$

Tato síla se v mechanice kmitů nazývá **direktivní síla** (řídící síla).

Podobně, víme-li, že potenciální energie tělesa blízko Země je

$$E_p(h) = mgh, \quad (13)$$

působící sílu vypočteme jako

$$F(h) = -\frac{dE_p}{dh} = \frac{d(mgh)}{dh} = mg, \quad (14)$$

což je známá gravitační síla.

Zákon zachování energie

Energie může existovat v mnoha formách. V tomto dokumentu jsou popsány jen formy **mechanické energie**. Kromě mechanické energie existují ještě jiné formy, např. **elektrická energie**, **magnetická energie**, **tepelná energie**, **vnitřní energie látek**, aj. Každá z nich může mít více dalších forem. Celková energie je součet energií všech forem. **Zákon zachování energie zní:**

Celková energie **izolované soustavy** zůstává konstantní při všech dějích, které v ní probíhají.

Izolovaná soustava je soustava, která nepodléhá účinkům okolních objektů.

Zákon zachování mechanické energie

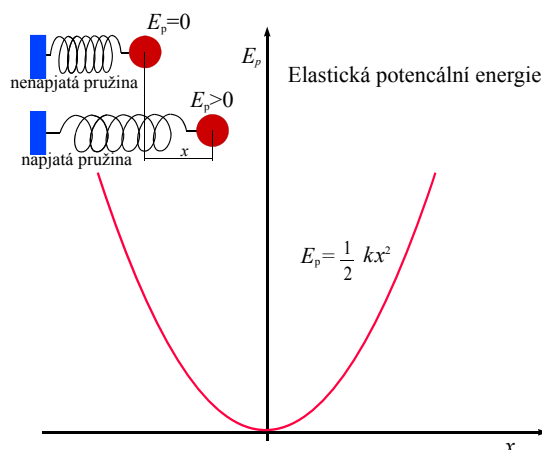
Jestliže těleso nebo hmotný systém nepodléhá účinkům okolí, pak součet kinetické a potenciální energie částic, z nichž se skládá, zůstává stálý. To znamená, že v soustavě se může měnit jeden druh energie v druhý.

Těleso tedy například nesmí ztrácet svoji mechanickou energii přeměnou na tepelnou energii vznikající třením při jeho pohybu. Posledně jmenovaný zákon lze popsat rovnicí

$$E = E_k + E_p = konst. \quad (15)$$

Příklad

Automobil jede rychlostí 60 km/hod. Jaká síla je potřebná k zastavení auta na vzdálenosti



obr. 6 Elastická potenciální energie tělesa na pružině

30 cm? Jaká síla působí na řidiče? Jak tomu bude bez a jak s bezpečnostními pásy? Hmotnost automobilu je $m = 1200$ kg. Náraz bude zastaven po deformaci karosérie 30 cm.

Výsledek

Průměrná síla působící na řidiče bude $F = 1,44$ MN (meganewton). Řešení viz obrázek. Najdete sami řešení jak to bude se silou působící na řidiče?

