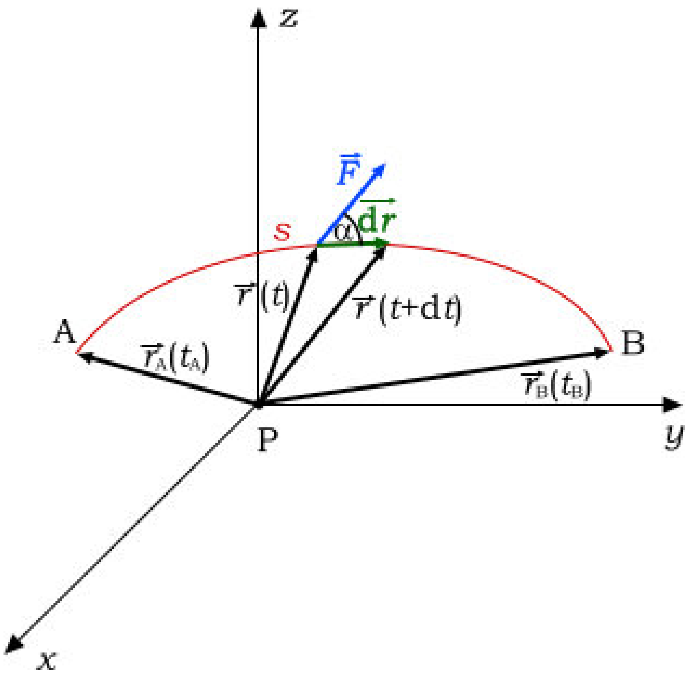
PRÁCE A VÝKON

Obsah

Mechanická práce 1
Definice mechanické práce 1
Mechanický výkon 2
Okamžitý výkon a rychlost 3



obr. 1 Práce vykonaná silou $\vec{F}$ *po dráze s*

Mechanická práce

je skalární veličina, která popisuje dráhové účinky síly. Abychom mohli vykonat práci, musíme na hmotný objekt (hmotný bod nebo těleso) působit **silou** po určité **dráze**. **Jednotkou práce** v soustavě SI je **joule** (J)

$$1\,\mathrm{J} = 1\,\mathrm{joule} = 1\,\mathrm{kg.m^2.s^{-2}}\,.$$

Definice mechanické práce

Definici práce si vysvětlíme na obr. 1. Předpokládejme, že síla $\vec{F}$ koná práci po dráze s. Znamená to, že začátek působení síly je v bodě A, konec působení síly po dráze s je v bodě B.

Nejdříve však vykonejme práci silou $\vec{F}$ při velmi malém posunutí $d\vec{r}$ (za velmi krátký čas dt). Pak síla $\vec{F}$ koná **elementární práci** dW, kterou definujeme skalárním součinem síly $\vec{F}$ a posunutí $d\vec{r}$

$$dW = \vec{F}\,d\vec{r}\,. \tag{1}$$

Elementární práci můžeme vyjádřit rovněž pomocí tečné složky síly. Skalární součin v rovnici (1) vyjádříme pomocí součinu cosinu úhlu, který svírají oba vektory s velikostí obou vektorů

$$dW = \left|\vec{F}\right|\left|d\vec{r}\right|\cos\alpha = F_t ds\,. \tag{2}$$

Z toho vyplývá, že **práci koná pouze tečná složka síly** k dráze ve směru pohybu $F_t = \left|\vec{F}\right|\cos\alpha$.

Chceme-li rozšířit definici z elementární práce na práci konanou na celé délce dráhy, provedeme integraci rovnice (1) v mezích od nulové práce, což odpovídá poloze o polohovém vektoru $\vec{r}_A$ do celkově vykonané práce W, což odpovídá poloze o polohovém vektoru $\vec{r}_B$

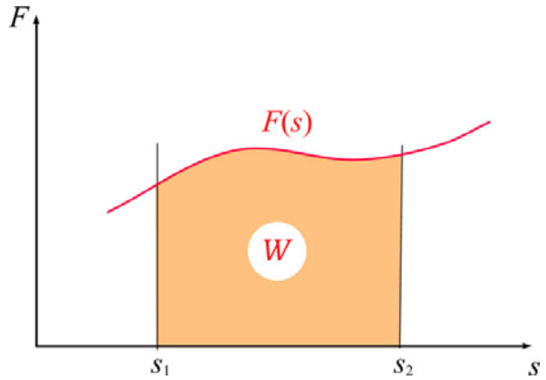
$$\int_0^W dW = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}\, d\vec{r}\ . \tag{3}$$

Výsledkem bude **definice mechanické práce rovnicí**

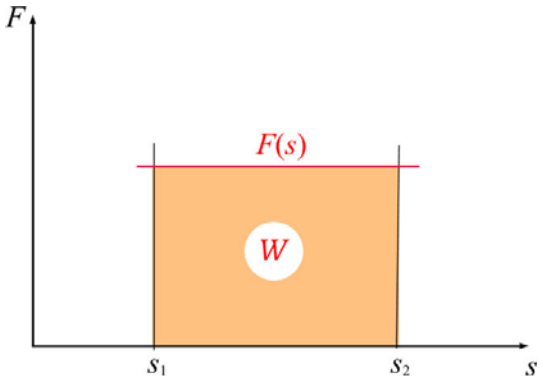
$$W = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}\, d\vec{r}\ . \tag{4}$$

Práce vykonaná silou $\vec{F}$ po dráze s z bodu A do bodu B **je dána určitým integrálem** skalárního součinu **síly** $\vec{F}$ a **posunutí polohového vektoru** $d\vec{r}$ **v mezích polohových vektorů bodů A a B**. Výsledkem je skalár $W = \int_{\vec{r}_A}^{\vec{r}_B} \vec{F}\, d\vec{r}$

Mechanickou práci lze určit také graficky, zobrazíme-li závislost velikosti síly, která koná práci, na dráze do pravoúhlého systému souřadnic (viz obr. 2). Svírá-li síla se směrem pohybu tělesa úhel, zobrazujeme do grafu pouze tečnou složku síly. Práce W vykonaná silou na dráze s odpovídá obsahu plochy pod křivkou, která znázorňuje závislost velikosti síly na dráze. V případě konstantní síly je grafem závislosti na dráze úsečka, a tedy práce vykonaná na dráze odpovídá obsahu obdélníka (obr. 3).



obr. 2 Grafické vyjádření integrálu (4). Plocha pod křivkou je práce.



obr. 3 Grafické vyjádření práce v případě konstantní síly (konstantní velikosti i směru).

Mechanický výkon

Mechanický výkon P je práce vykonaná za jednotku času. **Okamžitý výkon** se hodnotí za zanedbatelně malý čas dt. Za předpokladu, že platí dříve zavedené veličiny **definujeme okamžitý výkon *P*** rovnicí

$$P = \frac{dW}{dt}\ . \tag{5}$$

Tuto rovnici můžeme vyslovit takto

Okamžitý výkon je **časová derivace práce**.

Jednotkou výkonu je W

$$1\ \mathrm{W} = 1\ \mathrm{watt} = 1\ \mathrm{J.s^{-1}} = 1\ \mathrm{kg.m^2.s^{-3}}\ .$$

Okamžitý výkon a rychlost

Okamžitý mechanický výkon můžeme vyjádřit působící sílou a rychlostí hmotného bodu nebo tělesa. Rovnici získáme jednoduchou úpravou.

$$P = \frac{dW}{dt} = \frac{\vec{F}\,d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\frac{d\vec{r}}{dt} = \vec{F}\,\vec{v}\ . \tag{6}$$

Okamžitý mechanický výkon je skalární součin vektorů síly a rychlosti

Kromě okamžitého výkonu používáme i průměrný výkon za delší časové období t. Průměrný výkon zjistíme podílem vykonané práce W za čas t a tohoto času.

$$\overline{P} = \frac{W}{t}\ . \tag{7}$$