

VYBRANÉ PŘÍKLADY DO CVIČENÍ 2007-08

Obsah

Vybrané příklady [1] Kockavý, Úvod do studia fyziky	1
Vybrané příklady [2] Kockavý, Mechanika hmotného bodu	1
Vybrané příklady [3] Navarová, Čermáková, Sbíрка příkladů z fyziky	4
Vybrané příklady [4] Chobola, Juránková, Mechanika deformovatelných těles	4
Vybrané příklady [5] Kockavý, Mechanické kmity a vlnění	6

Vybrané příklady [1] Kockavý, Úvod do studia fyziky

- 1/26 Jaké úhly svírá vektor zrychlení $\vec{a} = (2, 5, 4) \text{ m.s}^{-2}$ se souřadnými osami x , y , z ?
[72,65°, 41,81°, 53,40°]
- 3/26 Jsou dány dvě síly $\vec{F}_1 = (6, -4, 9) \text{ N}$ a $\vec{F}_2 = (0, 6, 12) \text{ N}$. Určete, jak velký úhel spolu svírají a jakou velikost má jejich výslednice.
[57,12°; 21,93 N]

Vybrané příklady [2] Kockavý, Mechanika hmotného bodu

- 15/28 Souřadnice hmotného bodu, pohybujícího se v rovině xy závisí na čase podle vztahů
 $x = A - Bt^2$, $y = -C + Dt^2$, kde $A = 9 \text{ m}$, $B = 4 \text{ m.s}^{-2}$, $C = 12 \text{ m}$, $D = 3 \text{ m.s}^{-2}$.
Určete:
- polohový vektor,
 - rychlost a zrychlení obecně,
 - rychlost a zrychlení v čase 5 s,
 - rovnici trajektorie,
 - o jaký pohyb jde,
 - jak dlouho potrvá pohyb mezi souřadnicovými osami?
- [a] $\vec{r} = (9 \text{ m} - 4 \text{ m.s}^{-2}t^2)\vec{i} + (-12 \text{ m} + 3 \text{ m.s}^{-2}t^2)\vec{j}$, b) $\vec{v} = -8 \text{ m.s}^{-2}t\vec{i} + 6 \text{ m.s}^{-2}t\vec{j}$,
 $v = 10 \text{ m.s}^{-2}t$, $\vec{a} = -8 \text{ m.s}^{-2}\vec{i} + 6 \text{ m.s}^{-2}\vec{j}$, $a = 10 \text{ m.s}^{-2}$,
- c) $\vec{v}(5 \text{ s}) = -40 \text{ m.s}^{-1}\vec{i} + 30 \text{ m.s}^{-1}\vec{j}$, $v(5 \text{ s}) = 50 \text{ m.s}^{-1}$, $\vec{a}(5 \text{ s}) = -8 \text{ m.s}^{-2}\vec{i} + 6 \text{ m.s}^{-2}\vec{j}$,
 $a(5 \text{ s}) = 10 \text{ m.s}^{-2}$, d) $3x + 4y + 21 \text{ m} = 0$, e) Přímočarý pohyb rovnoměrně zrychlený, trajektorii je polopřímka s počátečním bodem o souřadnicích [9 m, -12 m], trajektorie protíná osu x v bodě o souřadnici $x = -7 \text{ m}$, osu y v bodě o souřadnici $y = -21/4 \text{ m}$. f) Osou y prochází hmotný bod v čase $t_1 = 1,5 \text{ s}$, osou x v čase $t_2 = 2 \text{ s}$; pohyb mezi souřadnicovými osami trvá 0,5 s]
- 16/29 Z vrcholu věže vysoké 10 m je šikmo vzhůru pod elevačním úhlem 45° vrženo těleso rychlostí 20 m.s⁻¹. Určete: a) Jak dlouho poletí. b) V jaké vzdálenosti od paty věže těleso dopadne. c) Jaké maximální výšky dosáhne. d) Jakou rychlostí dopadne.
[a] 3,47 s; b) 49,06 m; c) 20,19 m; d) 24,41 m.s⁻¹].

17/29 Střela má počáteční rychlost $400 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Je třeba zasáhnout cíl v horizontální vzdálenosti 1000 m od místa výstřelu a ve výšce 300 m nad ním. Jaký je minimální elevační úhel hlavně?

$$\left[\operatorname{tg} \alpha = \frac{1}{g x} \left[v_0^2 \pm \sqrt{v_0^2 (v_0^2 - 2gy) - g^2 x^2} \right] \right], \alpha = 18^\circ 28' 24''.$$

14/38 Hmotný bod opisuje kruhovou dráhu o poloměru 4 cm s konstantním úhlovým zrychlením $0,1 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$. Za jakou dobu od začátku otáčení bude velikost tečného zrychlení hmotného bodu rovna velikosti normálového zrychlení?
[3,16 s].

7/39 Těleso se rozbíhá z klidu do otáčivého pohybu se stálým úhlovým zrychlením $2 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}$. Kolik otáček vykoná v časovém intervalu $\langle 0, 15 \text{ s} \rangle$? Jaké je tečné a normálové zrychlení a okamžitá rychlost bodu na obvodu tělesa, vzdáleného 0,2 m od osy otáčení?
[35,8 otáček; $\alpha_t = 0,4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $\alpha_n(15 \text{ s}) = 180 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$; $v(15 \text{ s}) = 6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$].

18/39 Otáčky setrvačnicku klesly z 900 otáček za minutu na 800 otáček za minutu za dobu 5 s. Určete jeho úhlové zrychlení a počet otáček, které setrvačnick vykonal v těchto 5 s. Za jakou dobu se setrvačnick zastaví?
[-2,094 $\text{rad}\cdot\text{s}^{-2}$; 70,83 otáček; 40 s].

18/49 Těleso se pohybuje vzhůru po drsné nakloněné rovině, která svírá s vodorovnou rovinou úhel 32° . V počátečním okamžiku má těleso rychlost $60 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ a součinitel kinetického vlečného tření je 0,24. Určete:
a) dobu, za kterou se těleso na nakloněné rovině zastaví,
b) délku dráhy, kterou po nakloněné rovině do zastavení proběhne,
c) zda v konečném bodě své dráhy zůstane v klidu či začne klouzat zpět.
[2,32 s; 19,3 m; bude se pohybovat zpět].

20/49 Železniční vůz o hmotnosti 25 t sjíždí rovnoměrným pohybem rychlostí $24 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$ po svažující se trati, která tvoří nakloněnou rovinu a svírá s vodorovnou rovinou úhel $0,05$ radiánů. Jak velká třecí síla působí proti pohybu?
[12,3 kN]

6/56 Na vlákne délky 2,5 m a pevnosti 90 N je upevněna koule o hmotnosti 3 kg. Při jaké hodnotě obvodové rychlosti se vlákno přetrhne, jestliže koule byla roztočena ve svislé rovině? Jak velká je příslušná úhlová rychlost, doba oběhu a frekvence?
[7,1 $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$; 2,84 $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$; 2,21 s; 0,45 Hz].

7/56 Automobil o hmotnosti 1000 kg se pohybuje po vypuklém mostě rychlostí $36 \text{ km}\cdot\text{h}^{-1}$. Poloměr křivosti ve středu mostu je 50 m. Jakým tlakem působí automobil na most v okamžiku přechodu středem mostu?
[7810 N].

- 4/62 Těleso visí na siloměru, jenž je připevněn ke stropu výtahu.
- Jaká je hmotnost tělesa, ukazuje-li siloměr sílu $F = 225 \text{ N}$, když výtah stoupá se zrychlením $a = 1,2 \text{ m.s}^{-2}$?
 - Za jakých podmínek bude siloměr ukazovat sílu $F = 175 \text{ N}$?
 - Jaký údaj by siloměr ukazoval, kdyby se nosné lano přetrhlo?
[20,44 kg; $a = -1,25 \text{ m.s}^{-2}$; $F = 0$].
- 7/69 Po nakloněné rovině posouváme rovnoměrně proti směru největšího spádu těleso o hmotnosti 100 kg. Nakloněná rovina svírá s vodorovnou rovinou úhel 20° , součinitel kinetického vlečného tření je $\mu = 0,3$.
- Jakou silou musíme při posouvání tělesa působit?
 - Jakou práci musíme vykonat při posunutí tělesa o 10 m?
 - Při jakém sklonu roviny se bude nezajištěné těleso pohybovat nazpět rovnoměrným pohybem?
[612 N; 6 120 J; $16,7^\circ$]
- 13/70 Vypočítejte práci, kterou musíme vykonat, abychom navinuli na buben umístěný na střeše objektu ocelové lano dlouhé 25 m, které visí volně ze střechy. Hmotnost 1 m lana je 1,2 kg.
[3 679 J]
- 6/73 Ze studny hluboké 30 m se má do výšky 20 m nad terénem vyčerpat 5000 l vody. K dispozici je čerpadlo s motorem o výkonu 1,6 kW. Jak dlouhou dobu bude čerpání trvat, je-li účinnost čerpadla 70%.
[36,5 min]
- 13/82 Těleso o hmotnosti 51 kg se pohybuje vlivem síly o velikosti 500 N proti směru největšího spádu na nakloněné rovině s úhlem sklonu 37° . Těleso bylo na počátku působení této síly v klidu. Součinitel kinetického vlečného tření je 0,2. Určete práci této síly při posunutí tělesa o délku 6 m, přírůstek kinetické a potenciální energie a práci spotřebovanou silou tření.
[3000 J; 714 J; 1807 J; 479,5 J]
- 4/84 Souprava o hmotnosti 16 tun se pohybuje rychlostí 5 m.s^{-1} . Určete střední sílu, která působí na soupravu v případě, že k zastavení soupravy dojde: a) působením tření za dobu 1 minuty; b) působením tření za dobu 15 s; c) nárazem na překážku za dobu 0,5 s.
[1333 N; 5 333 N; $1,6 \cdot 10^5 \text{ N}$]
- 3/87 Moment síly vzhledem k počátku souřadné soustavy je $\vec{M} = (0, -14, 0) \text{ N.m}$. Vypočítejte moment síly vzhledem k ose o , procházející počátkem O souřadnicové soustavy $Oxyz$, jejíž směr je dán jednotkovým vektorem $\vec{r}_0 = 0,2 (4 \vec{i} - 3 \vec{j})$.
[1,68 $(4 \vec{i} - 3 \vec{j}) \text{ N.m}$].

Vybrané příklady [3] Navarová, Čermáková, Sbíрка příkladů z fyziky

1.2.31 Určete polohu těžiště polokoule o poloměru R .

$$\left[\frac{3}{8}R, 0, 0\right]$$

1.2.36 Určete moment setrvačnosti tenké tyče délky 2 m a hmotnosti 5 kg vzhledem k ose
a) kolmé k tyči a procházející krajním bodem tyče, b) jdoucí koncovým bodem tyče a svírající s tyčí úhel 35° .

$$[\text{a) } 6,67 \text{ kg}\cdot\text{m}^2; \text{ b) } 2,19 \text{ kg}\cdot\text{m}]$$

1.2.38 Na obvodu kladky je navinut provaz, na jehož konci visí závaží o hmotnosti 5 kg. Kladka je volně otáčivá kolem své osy a má poloměr 0,3 m. Vypočítejte úhlové zrychlení kladky, je-li její moment setrvačnosti k ose otáčení roven $1,2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$.

$$[12,26 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-2}]$$

1.2.40 Setrvačnick o momentu setrvačnosti $63 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ se otáčí stálou úhlovou rychlostí $31,4 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$. Najděte brzdící moment, jehož účinkem se setrvačnick zastaví za 20 s.

$$[98,9 \text{ N}\cdot\text{m}]$$

1.2.41 Na nakloněné rovině délky 75 m s úhlem sklonu 32° se valí homogenní válec o průměru 68 cm, délce 120 cm a hustotě $2400 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ bez prokluzování. Určete zrychlení a závislost proběhnuté dráhy jeho těžiště na čase, byla-li v čase $t_0 = 0$ počáteční dráha i rychlost nulová.

$$[3,46 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}; s = 1,73 \text{ t}^2]$$

1.3.14 Do balistického kyvadla s hmotností 10 kg vletí a uvízne v něm střela o hmotnosti 200 g pohybující se rychlostí $150 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Do jaké výše vystoupí kyvadlo?

$$[44 \text{ cm}]$$

Vybrané příklady [4] Chobola, Juránková, Mechanika deformovatelných těles

3.3.3 Jakou výšku musí mít sloupec rtuti, aby vyvolal stejný hydrostatický tlak jako sloupec vody 4 m vysoký?

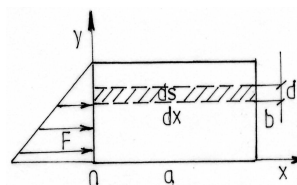
$$[0,3\text{m}]$$

3.5.4 Dřevěný válec ponořený ve vodě do $2/3$ výšky vytáhneme z vody. Jakou práci vykonáme? Poloměr válce je 10 cm, výška válce je 60 cm, hustota dřeva je $600 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$. Předpokládáme, že hladina vody v nádobě se nezmění.

$$[19,7 \text{ J}]$$

- 3.5.5 Jakou silou působí voda na stavidlo mlýnského náhonu, který je široký 4 m a hluboký 2 m (obr. 1)? Kde je působiště síly?

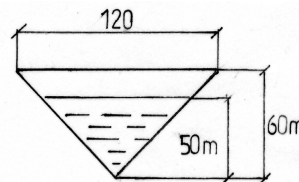
[78,5 kN, $y_r = 1,33$ m]



obr. 1 Stavidlo mlýnského náhonu

- 3.5.10 Jak velkou silou působí voda na hráz údolní přehrady, která má tvar rovnoramenného trojúhelníka (obr. 2)?

[4,09.108 N]



obr. 2 Trojúhelníková hráz

- 3.6.1 Ve výšce h byl naměřen barometrický tlak 5,104 Pa. Určete tuto výšku za předpokladu, že na zemském povrchu je tlak 105 Pa, hustota vzduchu je $1,29 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ a teplota je všude stejná.

[5,5 km]

- 3.5.7 Jak velký musí být plošný obsah kry o tloušťce 30 cm, která by udržela člověka o hmotnosti 72 kg, je-li hustota ledu $0,93 \text{ g}\cdot\text{cm}^{-3}$?

[3,43 m²]

- 4.3.2 Vodorovnou trubicí o průřezu 20 cm^2 proudí voda rychlostí $8 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$. Její statický tlak je 0,108 MPa. Jaký statický tlak a jakou rychlost má voda v rozšířeném místě trubice o průřezu $41,8 \text{ cm}^2$?

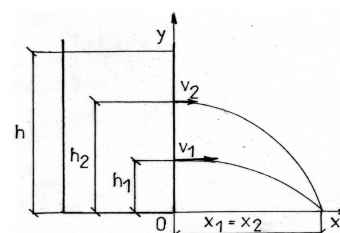
[0,133 MPa, $3,83 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$]

- 4.3.3 Jak vysoko je hladina nad otvorem, z něhož vytéká voda rychlostí $4 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ do druhé nádoby? Tlak uvnitř první nádoby je $1,2\cdot 10^5$ Pa, tlak uvnitř druhé nádoby je $2\cdot 10^5$ Pa. Plocha hladiny v první nádobě je 120 cm^2 , plocha výtokového otvoru je 4 cm^2 .

[8,97 m]

- 4.4.3 Ve stěně nádoby s vodou jsou nad sebou dva otvory ve výškách h_1 a h_2 od dna (obr. 3). Jak vysoko musí být voda v nádobě, aby z obou otvorů vytékala na vodorovnou rovinu v úrovni dna do téhož místa? Výšku vody v nádobě označte h .

[$h = h_1 + h_2$]



obr. 3 Voda vytékající z otvorů

- 4.4.7 Jak vysoko byla hladina vody v nádobě stojící na stole vysokém 1 m, když proud vody vytékající z otvoru ve svislé stěně u dna dopadl na podlahu ve vzdálenosti 50 cm od kolmice spuštěné z roviny otvoru na podlahu?

[$h = 0,0625$ m]

4.9.3 Určete dynamickou a kinematickou viskozitu oleje o hustotě 960 kg.m^{-3} , jestliže kulička o průměru 6 mm a hmotnosti 280 mg v něm padá rovnoměrným pohybem po dráze 60 cm po dobu 20 s.

$$[\eta = 0,892 \text{ Pa.s}, \nu = 9,29 \cdot 10^{-10} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}]$$

Vybrané příklady [5] Koktavý, Mechanické kmity a vlnění

1/9 Závaží o hmotnosti $m = 100 \text{ g}$ je zavěšeno na pružinu o tuhosti $k = 1000 \text{ N.m}^{-1}$. Je silou $F = 40 \text{ N}$ vychýleno z rovnovážné polohy a v čase $t = 0$ je uvolněno. Určete:

- amplitudu výchylky u_m
- úhlovou frekvenci ω , frekvenci f a periodu pohybu T ,
- výchylku v čase $t = 2 \text{ s}$,
- amplitudu rychlosti v_m ,
- rychlost v čase $t = 2 \text{ s}$,
- amplitudu zrychlení a_m ,
- zrychlení v čase $t = 2 \text{ s}$.

2/12 V příkladu 1/9 určete

- kinetickou energii oscilátoru v čase $t = 2 \text{ s}$,
- potenciální energii oscilátoru v čase $t = 2 \text{ s}$,
- celkovou energii,
- střední hodnotu kinetické a potenciální energie,
- efektivní výchylku a efektivní rychlost

15/14 Kmitavý pohyb harmonického oscilátoru je popsán funkcí

$$u = 0,04 \text{ m} \sin(12,56 \text{ rad.s}^{-1}t + 0,52 \text{ rad}).$$

Určete:

- amplitudu výchylky, úhlovou frekvenci, periodu, frekvenci a počáteční fázi pohybu,
- rychlost a zrychlení pohybu,
- polohu, rychlost a zrychlení v čase $t = 0$,
- nakreslete grafy závislosti výchylky, rychlosti a zrychlení na čase.

$$[u_m = 0,04 \text{ m}; \omega = 12,56 \text{ s}^{-1}; T = 0,5 \text{ s}; f = 2 \text{ Hz}; \omega_0 = 0,52 \text{ rad}; \nu = 0,50 \text{ m.s}^{-1} \cos(12,56 \text{ rad.s}^{-1}t + 0,52 \text{ rad}); a = -6,31 \text{ m.s}^{-2} \sin(12,56 \text{ rad.s}^{-1}t + 0,52 \text{ rad}); u(0) = 0,02 \text{ m}; \nu(0) = 0,43 \text{ m.s}^{-1}; a = -3,14 \text{ m.s}^{-2}].$$

16/14 Těleso upevněné na pružině koná harmonické kmity s amplitudou výchylky 12 cm a frekvencí 4 Hz. Vypočítejte: a) maximální hodnotu rychlosti a zrychlení, b) rychlosti a zrychlení při výchylce 6 cm, c) čas potřebný k tomu, aby se těleso dostalo z rovnovážné polohy do bodu ve vzdálenosti 6 cm od ní.

$$[u_m = 3,02 \text{ m.s}^{-1}, a_m = 75,80 \text{ m.s}^{-2}; \nu = 2,61 \text{ m.s}^{-1}; a = -37,9 \text{ m.s}^{-2}; t = 0,021 \text{ s}].$$

- 17/14 Těleso zavěšené na pružině vykonává harmonické kmity. Vypočtete: a) jaká část z celkové energie E oscilátoru připadne na potenciální energii elastickou a kinetickou energii v okamžiku, kdy je výchylka tělesa rovna polovině amplitudy výchylky u_m , b) určete výchylku tělesa, při níž kinetická a potenciální energie elastická nabývají stejné hodnoty.

$$[E_p = \frac{E}{4}, E_k = \frac{3}{4}E, u = \frac{u_m}{\sqrt{2}}].$$

- 9/20 Těleso zavěšené na pružině bylo vychýleno o 5 cm z rovnovážné polohy a uvolněno, takže začalo kmitat. Za dobu 12 s vykonalo osm kmitů, během nichž poklesla amplituda na 5 mm. Určete součinitel tlumení, logaritmický dekrement tlumení a amplitudu po devátém kmitu.

$$[\delta = 0,192 \text{ s}^{-1}; \Lambda = 0,288; u_0 = 3,75 \text{ mm}].$$

- 10/20 Jaký je součinitel tlumení δ kmitů určitého tělesa, jestliže poměr dvou po sobě jdoucích maximálních výchylek na tutéž stranu má hodnotu 2 a perioda tlumených kmitů je $T_t = 0,5$ s. Jaká by byla perioda vlastních kmitů T_0 za jinak stejných podmínek?

$$[\delta = 1,39 \text{ s}^{-1}; T_0 = 0,497 \text{ s}].$$

- 11/20 Logaritmický dekrement tlumení kmitavého pohybu oscilátoru je 0,02. Určete, kolikrát se zmenší amplituda po 100 kmitech.

$$[7,39 \text{ krát}],$$

- 8/25 Hmotný bod koná vynucené harmonické kmity. Určete rezonanční úhlovou frekvenci a rezonanční amplitudu výchylky hmotného bodu, je-li jeho hmotnost 0,1 kg, úhlová frekvence vlastních kmitů 20 s^{-1} , součinitel tlumení 3 s^{-1} a amplituda budící síly 1 N.

$$[19,54 \text{ s}^{-1}; 8,43 \text{ cm}].$$

- 7/33 Dva stejnosměrné harmonické pohyby stejné amplitudy výchylky, počáteční fáze a blízkých period 3 s a 3,1 s se skládají do výsledného kmitavého pohybu. Najděte jeho periodu a periodu rázů.

$$[3,05 \text{ s}; 93 \text{ s}].$$