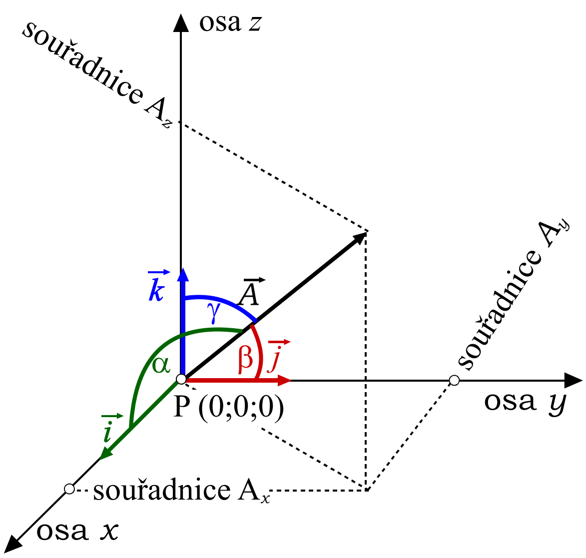
VEKTORY VE FYZICE

Obsah

Skaláry a vektory ve fyzice

Veličiny ve fyzice rozdělujeme na skaláry, vektory a tenzory. Pro naše potřeby se budeme zajímat jen o **skaláry** a **vektory**. Skalární fyzikální veličina má velikost a **nemá směr**, jako např. čas, práce, energie a pod. Vektorová fyzikální veličina má velikost a **má směr**. Příkladem je rychlost, zrychlení, síla a další. Zde se budeme zabývat vektorovými veličinami.



obr. 1Vektor v kartézské souřadné soustavě

Souřadná soustava

Pro popis vektorových veličin zavedeme souřadnou soustavu. Souřadných soustav je mnoho, nejznámější je **kartézská souřadná soustava** (obr. 1), kterou budeme používat. Kartézská souřadná soustava je určena třemi navzájem **kolmými osami** x, y, z uspořádanými **pravotočivě**. Je to takové uspořádání os, které splňuje následující pravidlo: Otáčením osy x k ose y míří osa z ve směru, ve kterém utahujeme šroub nebo zavrtáváme vývrtku do zátky láhve.

Součástí kartézské souřadné soustavy (dále jen souřadné soustavy) jsou **základní vektory**. Jsou to vektory $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ ležící v osách x,y,z, jejichž velikost je 1.

Vektor

Ve fyzice je **vektor** veličina charakterizovaná **velikostí** (počtem jednotek) a **směrem**. Graficky je vektor znázorněn jako orientovaná úsečka (šipka), např. na obr. 1 je to vektor $\vec{A}$. Vektor má svůj **počátek**, který se často klade do počátku P souřadné soustavy a **koncový bod**, který se nachází ve směru vektoru ve vzdálenosti odpovídající **velikosti vektoru** od počátku.

Vektor budeme zapisovat **symbolem veličiny nad kterou znázorníme šipku**, v literatuře se vektory často zapisují tučně.

Zápis vektoru pomocí souřadnic

Vektor je nejčastěji popsán svými třemi průměty A_x, A_y, A_z do souřadných os. Jsou to **souřadnice vektoru**. Pomocí souřadnic vektor zapíšeme v jednom z tvarů

$$\vec{A} = (A_x, A_y, A_z) = A_x\vec{j} + A_y\vec{j} + A_z\vec{k}. \tag{1}$$

Základní vektory pak mají souřadnice

$$\vec{i} = (1,0,0),\ \vec{j} = (0,1,0),\ \vec{k} = (0,0,1). \tag{2}$$

Směr vektoru, směrové kosiny

Směr vektoru lze vyjádřit pomocí směrových kosinů. Jde o kosinové funkce úhlů, které svírá vektor se souřadnými osami, tedy

$$\begin{aligned} \cos\alpha &= \frac{A_x}{A}, \\ \cos\beta &= \frac{A_y}{A}, \\ \cos\gamma &= \frac{A_z}{A}. \end{aligned} \tag{3}$$

Pro směrové kosiny platí

$$\cos^2\alpha + \cos^2\beta + \cos^2\gamma = 1. \tag{4}$$

Pro základní vektory potom platí

$$\begin{aligned} &\vec{i} : \cos\alpha = 1,\ \cos\beta = 0,\ \cos\gamma = 0, \\ &\vec{j} : \cos\alpha = 0,\ \cos\beta = 1,\ \cos\gamma = 0, \\ &\vec{k} : \cos\alpha = 0,\ \cos\beta = 0,\ \cos\gamma = 1. \end{aligned} \tag{5}$$

Velikost vektoru

Velikost vektoru je v grafickém znázornění jeho délka. Budeme ji značit buď **symbolem vektoru bez šipky** nebo symbolem vektoru v absolutní hodnotě. Pomocí souřadnic získáme velikost vektoru rovnicí

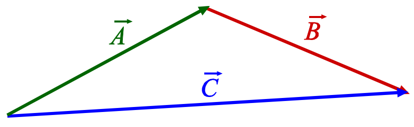
$$A = \left|\vec{A}\right| = \sqrt{A_x^2 + A_y^2 + A_z^2}. \tag{6}$$

Z uvedeného vyplývá, že základní vektory mají velikost 1,

$$\left|\vec{i}\right| = \left|\vec{j}\right| = \left|\vec{k}\right| = 1 . \qquad (7)$$

Operace s vektory

Předpokládejme vektory $\vec{A} = (A_x, A_y, A_z)$ a $\vec{B} = (B_x, B_y, B_z)$, které spolu svírají úhel φ, dále předpokládejme číslo k. V následujících odstavcích popíšeme operace mezi vektory a mezi vektory a čísly. Pokud bude výsledkem vektor, zapíšeme ho ve tvaru $\vec{C} = (C_x, C_y, C_z)$, pokud bude výsledkem číslo, zapíšeme ho ve tvaru čísla c.



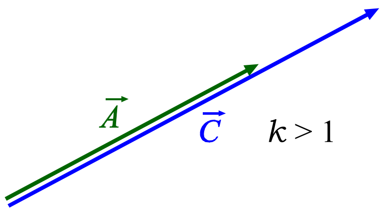
obr. 2 Vektorový součet

Sčítání vektorů (vektorový součet a rozdíl)

Pomocí souřadnic získáme vektorový součet nebo rozdíl operací

$$\vec{C} = \vec{A} \pm \vec{B} = (A_x \pm B_x, A_y \pm B_y, A_z \pm B_z) . \qquad (8)$$

Z obr. 2 vyplývá jak provést vektorový součet $\vec{A} + \vec{B}$ graficky. Ze stejného obr. vyplývá jak provést graficky vektorový rozdíl, pokud si uvědomíme, že $\vec{B} = \vec{C} - \vec{A}$.



obr. 3 Násobní vektoru číslem

Násobení vektoru číslem

Výsledkem násobení vektoru číslem je vektor

$$\vec{C} = k\vec{A} = (kA_x, kA_y, kA_z) . \qquad (9)$$

Výsledný vektor $\vec{C}$ je směrově stejný s původním vektorem $\vec{A}$, přičemž se prodlouží pokud $k > 1$, zkrátí pokud $k < 1$.

Skalární součin

Skalární součin je součin dvou vektorů, jehož výsledkem je číslo (skalár). V souřadnicovém zápisu je skalární součin

$$c = \vec{A} . \vec{B} = (A_x B_x + A_y B_y + A_z B_z) . \qquad (10)$$

Skalární součin lze vypočítat pomocí velikosti vektorů a vzájemného úhlu vektorů φ

$$c = \vec{A} . \vec{B} = \left|\vec{A}\right| . \left|\vec{B}\right| \cos\varphi . \qquad (11)$$

Z výše uvedených rovnic vyplývá, že

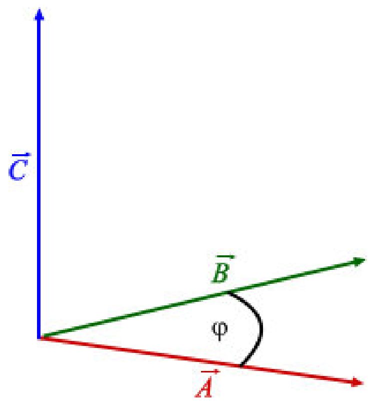
$$\begin{aligned} & c = \vec{A} . \vec{B} = \vec{B} . \vec{A}, \\ & \vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} . \vec{B} = 0, \\ & \vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{A} . \vec{B} = \left|\vec{A}\right| . \left|\vec{B}\right| . \end{aligned} \qquad (12)$$

Vektorový součin

Výsledkem vektorového součinu je vektor kolmý na oba výchozí vektory. V souřadnicovém zápisu je vektorový součin

$$\vec{C} = \vec{A} \times \vec{B} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \qquad (13)$$

$$= (A_y B_z - B_y A_z)\vec{i} + (A_z B_x - B_z A_x)\vec{j} + (A_x B_y - B_x A_y)\vec{k}$$



obr. 4 Vektorový součin

Velikost vektorového součinu lze vypočítat pomocí velikosti vektorů a vzájemného úhlu vektorů φ

$$|\vec{C}| = |\vec{A} \times \vec{B}| = |\vec{A}|.|\vec{B}|\sin\varphi . \qquad (14)$$

Z výše uvedených rovnic vyplývá, že

$$\begin{aligned} &\vec{A} \times \vec{B} \neq \vec{B} \times \vec{A}, \\ &\vec{A} \perp \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = |\vec{A}|.|\vec{B}|, \\ &\vec{A} \parallel \vec{B} \Rightarrow \vec{A} \times \vec{B} = 0. \end{aligned} \qquad (15)$$

Pokročilejší operace s vektory

Dvojnásobný vektorový součin

$$\vec{D} = \vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}.(\vec{A}.\vec{C}) - \vec{C}.(\vec{A}.\vec{B}) \qquad (16)$$

Smíšený součin vektorů

$$c = \vec{A}.(\vec{B} \times \vec{C}) = \begin{vmatrix} A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \\ C_x & C_y & C_z \end{vmatrix} . \qquad (17)$$